

**1. Маятник (10 баллов)**

Небольшое тело, подвешенное на твёрдом стержне в поле силы тяжести, способно совершать колебательное (повторяющееся) движение, если отклонить его из положения равновесия на небольшой угол и отпустить. *Математическим маятником* называется физическая модель, описывающая процесс колебаний груза на стержне, в которой тело считается материальной точкой, масса стержня, а также все силы трения и сопротивления движению считаются пренебрежимо малыми. Время, затрачиваемое маятником на одно колебание, иначе говоря, на возвращение в исходную точку, называется периодом.

**1а.** (2 балла) Рассмотрим следующие размерные параметры: длина стержня маятника  $L$ , масса тела  $m$  и ускорение свободного падения  $g$ , равное  $9,8 \text{ м/с}^2$ . Исходя из соображений размерности, определите от каких параметров зависит период колебаний математического маятника. Во сколько раз изменится период колебаний маятника, если уменьшить длину подвеса в 4 раза?

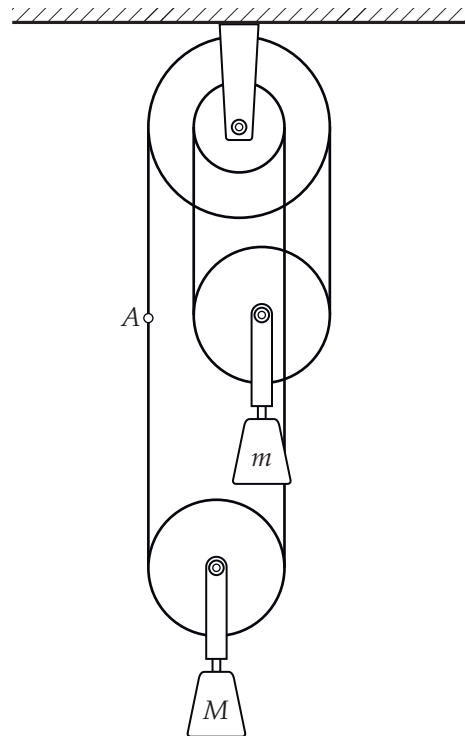
**1б.** (4 балла) Заданный интервал времени (например, минута), измеряемый маятниковыми часами, пропорционален периоду колебаний маятника. Рассмотрим маятниковые часы, в устройство которых входит маятник длиной  $L = 1 \text{ м}$ , сделанный из стали. При такой длине движение маятника в одну сторону занимает  $1,00 \text{ с}$ . Известно, что при температуре окружающей среды  $t_1 = 5^\circ \text{C}$  часы показывают точное время. На сколько отстанут за сутки часы при температуре  $t_2 = 25^\circ \text{C}$ ? Линейное тепловое расширение тел описывается формулой  $L = L_0(1 + \alpha(t - t_0))$ , где  $L$  и  $L_0$  — размер тела при температурах  $t$  и  $t_0$  соответственно,  $\alpha$  — постоянный коэффициент линейного расширения, равный для стали  $\alpha = 12,5 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ .

**1с.** (4 балла) Как должен быть устроен подвес маятника, чтобы период колебаний не менялся при изменении температуры? Считается, что в своей конструкции вы можете соединять стержни, сделанные из двух разных материалов, коэффициенты линейного расширения которых равны  $\alpha$  и  $2\alpha$ . В качестве ответа приведите схематичный рисунок с краткими пояснениями.

*Указание.* Может оказаться полезной приближённая формула  $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$ , верная при  $|x| \ll 1$ .

**2. Равновесие системы блоков (7 баллов)**

Система, изображённая на рисунке, состоит из двух подвижных блоков, одного неподвижного двухступенчатого блока, двух грузов и нити. Двухступенчатый блок состоит из лёгких, жёстко соединённых дисков с общей осью, диаметры которых равны  $15 \text{ см}$  и  $30 \text{ см}$ . Массы грузов равны  $m = 1 \text{ кг}$  и  $M = 3 \text{ кг}$ . Массами нитей и блоков, а также трением в осях блоков можно пренебречь, нить не проскальзывает по поверхностям блоков.



**2а.** (3 балла) Пусть в точке  $A$  к нити приложена такая сила  $F$ , что система находится в равновесии. Куда направлена и чему равна эта сила?

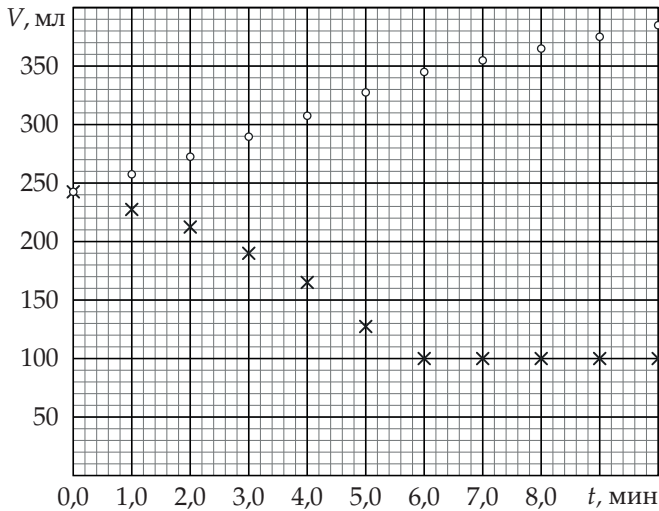
**2б.** (4 балла) Можно ли привести систему в состояние равновесия, действуя с некоторой вертикальной силой на нить в точке  $A$ , если поверхность двухступенчатого блока гладкая (так что нить по ней проскальзывает)? Ответ объясните.

**3. Вода и масло (8 баллов)**

Цилиндрический сосуд с нанесённой на боковую поверхность мерной шкалой частично заполнен водой, в которой плавает выпуклая пластиковая игрушка. В сосуд начинают добавлять масло, которое течёт тонкой струйкой с постоянной скоростью  $\mu$ , измеряемой в мл/с.

**Продолжение задания см. на листе 2**

Каждую минуту с помощью мерной шкалы определяют два значения объёма, соответствующие положению уровня поверхности воды и масла. Результаты измерений показаны на графике, представленном ниже. В процессе эксперимента жидкости не смешиваются.



Маркеры одной формы (кружки или крестики) соответствуют одной из жидкостей. Плотность воды равна  $1 \text{ г/см}^3$ , плотность масла меньше плотности воды.

**3а.** (2 балла) Чему равна скорость  $\mu$ ?

**3б.** (6 баллов) Определите плотность масла.

**4. Передвижение вертолѐта (10 баллов)**

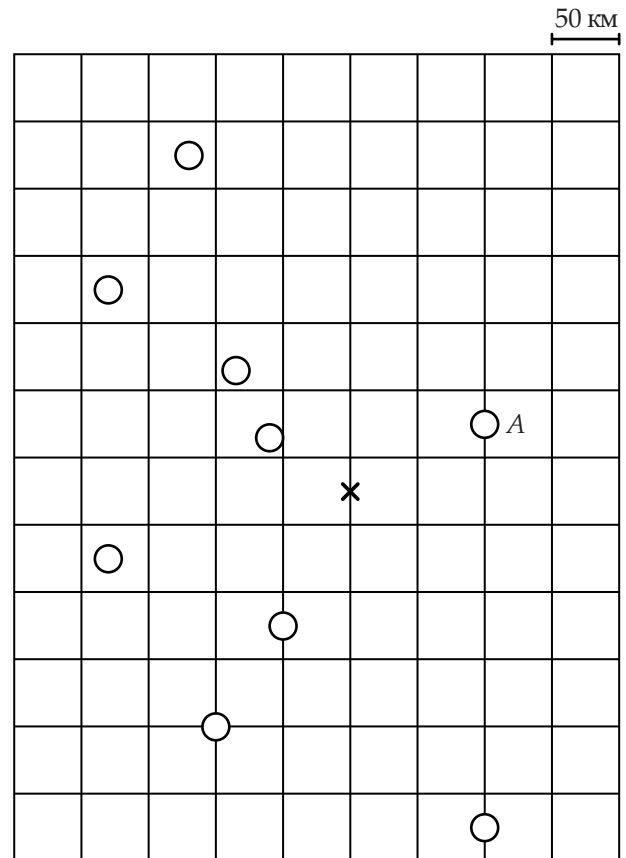
Вертолѐт летит с постоянной по модулю скоростью  $200 \text{ км/ч}$ . На рисунке, представленном ниже, изображено положение вертолѐта (крестик) относительно населѐнного пункта  $A$  и остальных населѐнных пунктов (кружки) в 12:00. Известно, что вертолѐт движется на одной высоте над Землѐй по траектории, состоящей из прямолинейных участков. В таблице, приведѐнной ниже, указано расстояние  $L$  от пункта  $A$  до точки, где находится вертолѐт в разные моменты времени.

Время	12:30	13:00	13:30	14:00
$L$ , км	150	225	250	300

Пользуясь увеличенным рисунком, представленном на дополнительном листе, а также циркулем и линейкой, ответьте на следующие вопросы.

**4а.** (3 балла) Пусть известно, что вертолѐт не менял направление полѐта с 12:00 до 12:30. В какое самое раннее время он мог пролететь над каким-либо населѐнным пунктом? Над каким именно населѐнным пунктом он бы при этом пролетел?

**4б.** (7 баллов) Пусть известно, что вертолѐт менял направление полѐта только один раз в 13:00. В каком населѐнном пункте оказался вертолѐт в 14:00?



Все построения делайте на увеличенном рисунке, представленном на дополнительном листе. Искомые города пометьте, например, «галочкой». Кратко опишите ваши рассуждения и последовательность построений.